



Anais do VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto
Abril / 2006 ISBN 85-86686-36-0
Protensão e Industrialização de Estruturas de Concreto
Trabalho SIMP0216 - p. 1734-1755

PROJETO DE LAJES PROTENDIDAS COM CORDOALHAS ENGRAXADAS

Design of Post-Tensioned Slabs with Unbonded Tendons

Giordano José Loureiro

*Engenheiro Civil, pela Universidade Federal do Ceará / Profissional Liberal
com especialização em Análise e Projeto de Edifícios com Pós-tensão,
na Adapt Corporation – Califórnia – USA.*

e-mail: giordano@giordano.eng.br

Rua Barão de Aracati, 1100 – Fortaleza-CE CEP: 60115-081

Resumo

Esse artigo é um guia para o projeto de pisos protendidos e inclui um conjunto de critérios baseados no ACI 318M-05 e na NBR 6118/2003.

Primeiro, são mostradas as vantagens dos pisos protendidos com cordoalhas engraxadas.

A seguir, são feitas algumas considerações em relação às juntas de construção, à contribuição das lajes lisas à estabilidade global da estrutura e à disposição dos apoios em planta para evitar perda da pré-compressão devido às restrições impostas,

Para os tipos mais comuns de lajes protendidas, são indicadas as geometrias, espessuras mínimas e as relações vão/altura para o pré-dimensionamento.

Foram incluídos os métodos de análise das lajes armadas em duas direções, com ênfase no método do pórtico equivalente, recomendado pelo ACI 318.

Foi usado o conceito de carga balanceada para representar a influência da protensão pelas cargas equivalentes.

São apresentados os critérios básicos para o dimensionamento e distribuição dos cabos e armaduras passivas mínimas.

Palavras-Chave: *cordoalha engraxada, laje lisa, carga balanceada, protensão.*

Abstract

This paper is a guideline for the design of post-tensioned floors and includes a set of criteria based on ACI 318M-05 and NBR 6118/2003.

First, the advantages of post-tensioned floors with unbonded tendons are shown.

Some considerations are done regarding to joints of construction, contribution of the flat slabs to the whole stability of the structure and the suitable arrangement of supports on plan, in order to avoid loss of pre-compression due to restraining.

The most common two-way slab systems are presented with their geometries, minimum slab thickness and preliminary sizing of members, with its typical span-depth ratios.

It was included the methods of analysis of two-way slab systems, with emphasis on the Equivalent Frame Method, recommended by ACI 318.

The load-balancing concept was used to represent the influence of prestressing by equivalent loads.

The basic criteria for the design and layout of tendons and minimum passive reinforcement are presented.

Key-words: *unbonded tendon, flat slab, load-balancing, prestressing.*

1 Introdução

São poucas as publicações nacionais sobre o projeto de lajes lisas e cogumelos protendidas com cordoalhas engraxadas.

O objetivo desse trabalho é apresentar os principais critérios atualmente adotados no projeto dessas lajes, de acordo com o **ACI 318-05** e a **NBR 6118/2003**.

As lajes protendidas com cordoalhas não aderentes têm sido executadas nos EEUU, principalmente na Califórnia, desde o final da década de 50.

Milhões de metros quadrados de lajes construídas e em bom estado de serviço, atestam o excelente desempenho desta tecnologia e dos métodos de cálculo e de detalhamento utilizados no projeto das mesmas.

No Brasil, somente a partir de 1997, as cordoalhas engraxadas e plastificadas começaram a ser fabricadas pela Belgo Mineira, seguindo as especificações do *PTI – Post-Tensioning Institute*, dos Estados Unidos.

2 Vantagens das lajes protendidas com cordoalhas engraxadas

2.1 Do ponto de vista estrutural

- Com relação à esbeltez (L/h), estas lajes são capazes de vencer grandes vãos utilizando pequenas espessuras e apresentando fissuração e flechas reduzidas, pois, além da pré-compressão, a protensão balanceia grande parte das cargas permanentes e somente uma parte da carga total é que provoca flechas e tensões de tração no concreto. Como, normalmente, essas tensões são inferiores à resistência do concreto à tração, o cálculo das flechas pode ser feito adotando-se o momento de inércia da seção bruta de concreto, que é de duas a três vezes maior do que o da seção fissurada.

- O uso de materiais de alta resistência, cordoalhas CP 190 RB e concretos com f_{ck} maior ou igual a 30 MPa e, portanto, com maior módulo de elasticidade, contribui, também, para um melhor desempenho em serviço e maior resistência no estado limite último.

- A cordoalha engraxada tem coeficientes de atrito muito baixos, $\mu=0.07/rd$ e $k=0.0035/m$, o que reduz bastante as perdas por atrito ao longo dos cabos, resultando numa maior força efetiva de protensão.

- O fato de as ancoragens serem individuais, uma para cada cordoalha, minimiza as tensões concentradas nas regiões de introdução da força de protensão, diminuindo as armaduras de fretagem.

- Com o uso da cordoalha engraxada obtém-se uma maior excentricidade do cabo, em função do seu pequeno diâmetro, que é de, aproximadamente, 16 mm, o que resulta numa maior eficiência da protensão, uma vez que a carga balanceada é diretamente proporcional à flecha do cabo.

- É importante notar que as lajes protendidas passam por um grande teste no ato da protensão: a cordoalha está submetida a uma tensão máxima de tração, normalmente,

80% da sua tensão de ruptura e a força de compressão no concreto na região das ancoragens também é máxima, quando a resistência do concreto ainda é da ordem de 65% de sua resistência última.

Logo após a transferência da força de protensão, existe uma perda devido a acomodação nas ancoragens e, neste ponto, a tensão no cabo cai para 70% de fpu.

2.2 Vantagens construtivas

- As lajes protendidas sem vigas permitem o uso de pés-direitos menores, resultando numa menor altura total do edifício, ou num maior número de pavimentos.

- É comum nos estacionamentos de *shopping centers* o uso de pés direito de 2,50 m, visando diminuir as escavações dos subsolos e o comprimento das rampas de acesso. Neste caso, a adoção de lajes lisas protendidas ou de lajes cogumelos, com capitéis, é a solução estrutural mais adequada, tendo em vista que os vãos a serem vencidos são da ordem de 8,00 m.

- Nos edifícios residenciais e comerciais o uso de lajes lisas protendidas permite grande flexibilização na utilização dos espaços e o menor número de pilares pode aumentar as vagas de garagem.

- Outra grande vantagem das lajes protendidas é a execução de pisos de grande comprimento (72 m) sem juntas de dilatação, pois a pré-compressão introduzida pela protensão combate a fissuração devido a retração do concreto.

- A simplicidade de execução da fôrma plana, a facilidade de fixação das ancoragens individuais e de baixo peso, bem como, a agilidade no manuseio das mono-cordoalhas engraxadas e plastificadas, que dispensam o uso de bainhas e evitam a operação de injeção, resultam numa maior rapidez de execução da estrutura. Além disso, a operação de protensão é simples e rápida, pois utiliza macacos leves.

2.3 Vantagens econômicas

- Para vãos a partir de 6.50 m, a laje lisa protendida com cordoalhas engraxadas já é uma alternativa estrutural competitiva com a solução convencional de lajes de concreto armado apoiadas em vigas, principalmente se forem levadas em conta as diversas vantagens enumeradas anteriormente.

- Outro aspecto econômico a ser considerado é a **durabilidade das lajes protendidas**. Como normalmente se usa protensão limitada nas lajes lisas e cogumelos, ou seja, para a combinação freqüente das ações é respeitado o ELS-F, praticamente não existem fissuras nessas lajes; junte-se a isso o fato de que os concretos utilizados são de maior resistência e que, também, são adotados maiores cobrimentos para as armaduras.

Com essas características, as lajes protendidas se tornam adequadas para os locais das classes de agressividade ambiental forte (marinha) e muito forte (respingos de maré), ou seja, CAA III e IV.

3 Considerações sobre o projeto de lajes protendidas

3.1 Disposição dos apoios em planta

Ao ser efetuada a protensão, a laje é submetida, de imediato, a um encurtamento elástico. Os pilares, paredes e cortinas, concretados monoliticamente com a laje, exercem restrições a essa deformação e podem afetar a pré-compressão na laje.

Parte da força horizontal de compressão introduzida no concreto pela protensão é absorvida por esses elementos. Em outras palavras, a força axial na laje é igual à força no cabo menos as forças horizontais necessárias para deformar os elementos verticais, pois esses, pelo princípio da ação e reação, aplicam forças de tração na laje.

Observe-se que a força nos cabos é pouco afetada pela redução da pré-compressão na laje. Portanto, a carga vertical equivalente da protensão quase não é alterada.

No caso de pilares comuns de edifícios essas perdas são pequenas, da ordem de 2% a 3% da força de protensão, e costumam ser desprezadas.

Para minimizar as perdas na força axial de compressão e evitar grandes momentos nos pilares extremos, os elementos verticais de grande rigidez, como caixas de elevadores e pilares paredes, devem estar situados próximo ao centro da laje.

Quando não for possível colocar os elementos rígidos de forma conveniente, recorre-se ao uso de juntas ou faixas de concretagem (*pour strips*), que soltam a laje dos elementos rígidos, permitindo que a mesma se deforme livremente por ocasião da protensão. As lajes devem permanecer escoradas e as faixas só devem ser concretadas de 30 a 60 dias após a protensão, para permitir que ocorra livremente parte das deformações devido à retração e à deformação lenta.

3.2 Comprimento dos cabos e juntas de construção:

Com o objetivo de manter as perdas de protensão na ordem de **20%**, ou seja, para que a força efetiva em uma cordoalha de $\phi=12.7$ mm possa ser considerada igual a **120 KN**, devem ser atendidas as seguintes condições na execução da protensão:

- a) Cabos de até 36,00 m podem ser protendidos somente por uma extremidade, ou seja, pode-se usar ancoragens ativas/passivas;
- b) Cabos com comprimento entre 36,00 m e 72,00 m devem ser protendidos pelas duas extremidades, ou seja, deve-se usar ancoragens ativas/ativas;
- c) Cabos acima de 72,00 m devem ter uma ancoragem intermediária, onde será feita uma junta de construção.

Essas juntas, que são verticais, devem ser localizadas entre 1/5 e 1/4 do vão a partir do apoio, no local em que o cabo corta o plano central da laje.

Devem ser previstas reentrâncias no concreto, que podem ser feitas deixando-se tarugos de madeira na forma vertical, para melhorar a resistência ao cisalhamento na seção da junta.

Outro tipo de junta de construção, quando se tem grandes comprimentos de laje, é a chamada faixa de concretagem (*pour strip*).

A largura dessa faixa é normalmente de 1,00 m, de modo a permitir que se execute a protensão dos cabos que ali terminam, tanto de um lado como do outro da laje.

São deixadas armaduras passivas de espera, positivas e negativas, pois essa faixa de laje vai ficar sem protensão.

3.3 Contribuição das lajes lisas à estabilidade global da estrutura

Um dos problemas a ser resolvido no projeto de edifícios altos com lajes lisas protendidas é a definição da largura efetiva da laje a ser considerada no cálculo da rigidez lateral dos pórticos que contribuem para a estabilidade global da estrutura.

Uma prática comum é considerar como largura efetiva, para efeito de rigidez lateral, $1/3$ da largura total do pórtico equivalente.

O ACI 318 recomenda que, no cálculo dos efeitos de segunda ordem, a consideração da não-linearidade física pode ser feita adotando-se o valor de 25% da inércia bruta para o cálculo da rigidez das lajes lisas e cogumelos.

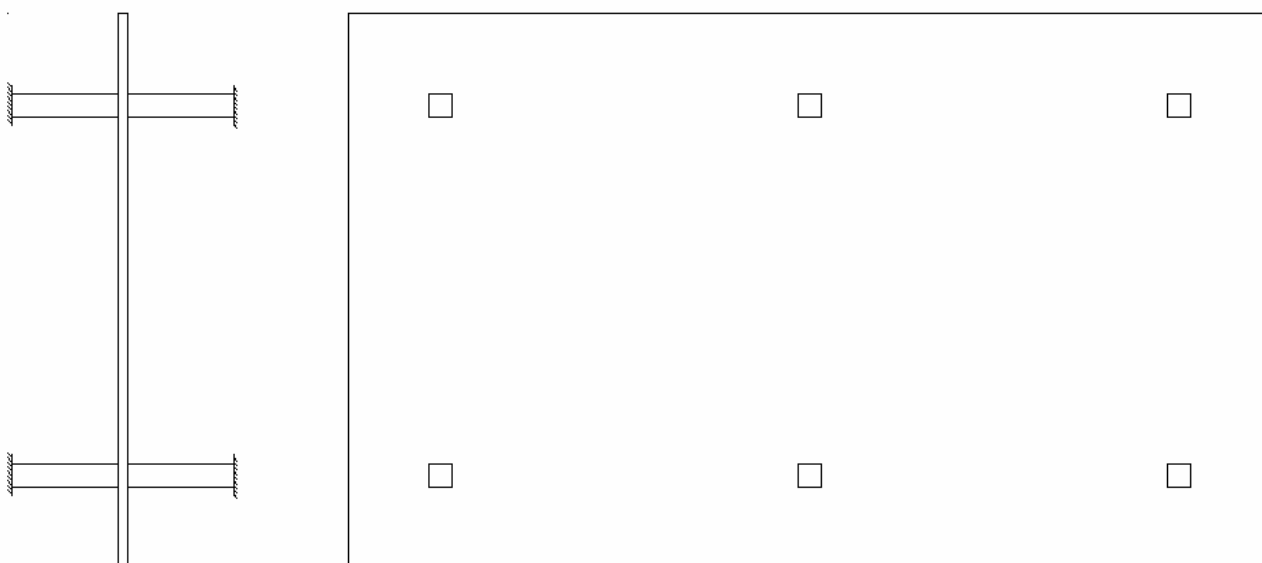
Um artigo recente, publicado no *ACI Structural Journal*, traz as seguintes sugestões para as larguras efetivas a serem adotadas no cálculo da rigidez de pórticos com lajes lisas protendidas submetidos à ação de sismos: nos vãos e apoios internos, adotar $1/3$ da largura total; nos apoios externos, adotar uma largura reduzida igual a (c_1+c_2) num comprimento de $1/6$ do vão externo, onde c_1 e c_2 correspondem às dimensões do pilar externo.

O capítulo 21 do ACI 318, que trata de provisões especiais para estruturas submetidas a sismos, adota recomendações semelhantes para o dimensionamento de lajes lisas.

4 Tipos de Pisos Protendidos

A seguir, serão vistos os tipos mais comuns de lajes armadas em duas direções (*two-way slabs*), com a indicação de vãos máximos, espessuras mínimas e esbeltezes recomendadas, ou seja, as relações vão/espessura (L/h), de acordo com o ACI, o PTI e a NBR 6118/2003.

4.1 Lajes lisas (*Flat plates*)



Essas lajes são as mais vantajosas dos pontos de vista estético, funcional e construtivo, sendo recomendadas para vãos até 8,00 m.

A NBR 6118, no seu item 13.2.4.1, recomenda uma **espessura mínima de 16 cm para lajes lisas**.

ACI 318 não faz exigência de espessura mínima no caso de lajes protendidas, mas estipula limites para as flechas das mesmas.

O ACI 318-05 recomenda as seguintes esbeltezas: $L/h \leq 42$ para lajes de piso e $L/h \leq 48$ para lajes de forro.

Segundo as recomendações do **PTI Post-tensioning Institute**, a relação vão/espessura (esbeltez) deve ser: $40 \leq L/h \leq 45$, para lajes de piso; e $45 \leq L/h \leq 48$, para lajes de forro.

A NBR 6118 não faz referência a índices de esbeltez das lajes lisas protendidas. Fixa, no entanto, valores limites para as flechas da laje.

A punção é um fator determinante na escolha da espessura das lajes lisas. Como existe um limite para a tensão de punção, às vezes é necessário aumentar a espessura da laje para atender à tensão máxima recomendada.

4.2 Lajes lisas com capitéis (*Flat slab with drop caps or drop panels*)

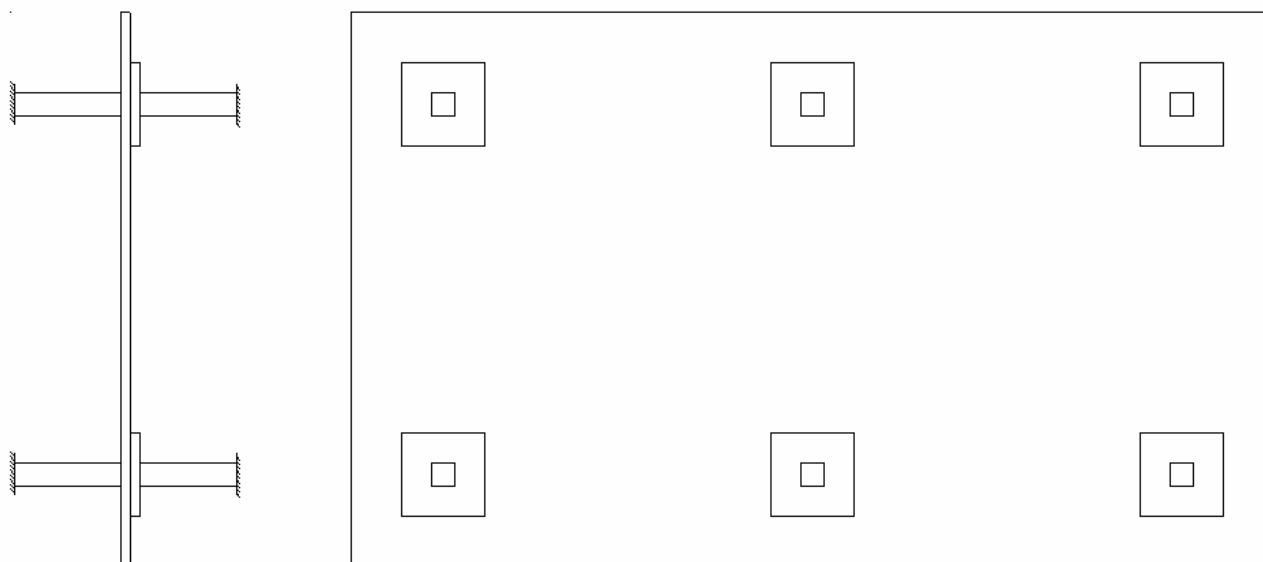


Figura 2

Para solucionar problemas de punção ou vencer grandes vãos, até 12,00 m, recorreremos ao uso de capitéis e temos, então, as lajes-cogumelo, conforme definição da NBR 6118.

O ACI define *drop panel* como sendo um engrossamento da laje que se estende, a partir do eixo do pilar e em cada direção, a uma distância maior ou igual a um sexto do vão

correspondente, com a finalidade de aumentar a resistência à flexão sobre o apoio, reduzir a flecha da laje e, também, melhorar a resistência da laje à punção. A espessura do engrossamento deve ser no mínimo 25% da espessura da laje.

A NBR 6118 recomenda uma **espessura mínima de 14 cm** para as lajes-cogumelo. Sugere-se que sejam adotados os limites superiores das esbeltezes recomendadas pelo PTI para as lajes lisas.

4.3 Lajes com faixas chatas e largas (*Slabs with wide shallow beams or banded slabs*)

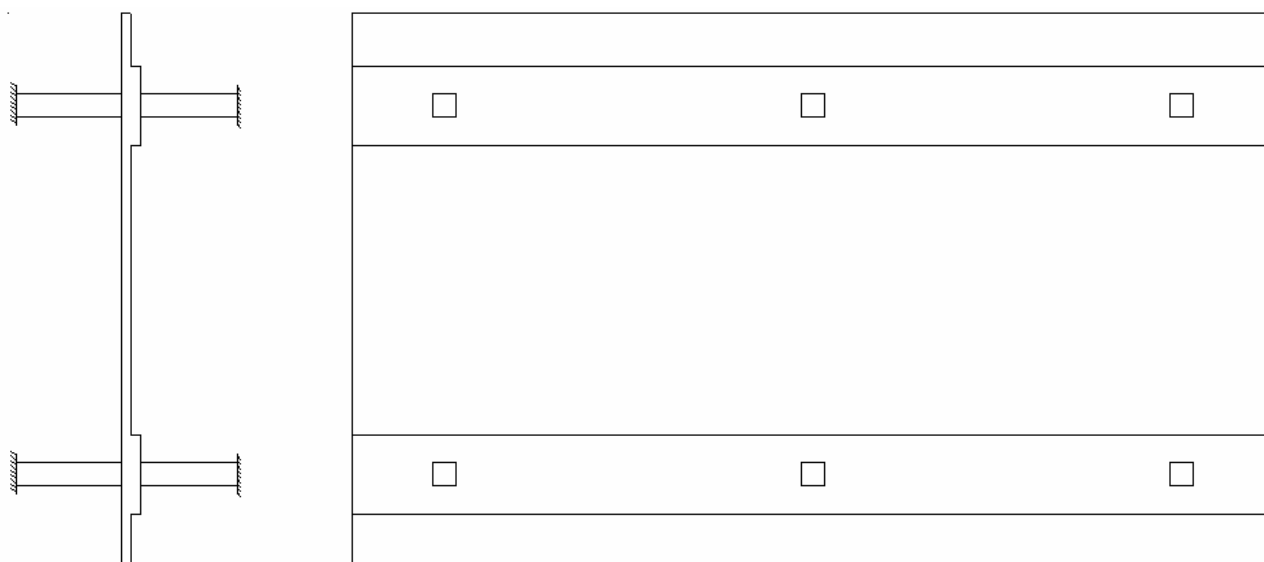


Figura 3

Quando existe predominância dos vãos de uma direção em relação aos vãos da outra direção, a espessura da laje deve ser calculada em função do maior vão. Para evitar um consumo exagerado de concreto, adota-se, na direção dos vãos maiores, uma faixa de concreto mais espessa e a espessura da laje passa a ser calculada em função do menor vão, que deve ser considerado de eixo a eixo dos pilares e não de face a face das faixas.

As dimensões da faixa são escolhidas de forma a evitar um aumento significativo da rigidez da laje nessa direção, de maneira que não seja prejudicado o comportamento bidirecional da laje.

As dimensões recomendadas para as faixas são: $h \leq 2t$ e $b \geq 3h$, sendo t a espessura da laje e b e h , respectivamente, a largura e altura da faixa.

O vão máximo recomendado, na direção das faixas, é de 13,00 m. As espessuras mínimas e as esbeltezes devem ficar limitadas aos valores estipulados para os tipos de lajes mostrados anteriormente.

4.4 Lajes nervuradas com trechos maciços sobre os pilares (*Waffle slabs*)

Para vãos grandes, até 13,00m, pode ser econômico utilizar este tipo de estrutura, uma vez que existe uma redução significativa no peso próprio da laje (Figura 4).

Em torno dos pilares, utilizam-se trechos maciços de concreto para resistir aos momentos negativos sobre os apoios e aos efeitos de punção.

Esses trechos maciços devem se estender para cada lado do pilar, a partir do seu eixo, a uma distância maior que 1/6 do vão na direção considerada.

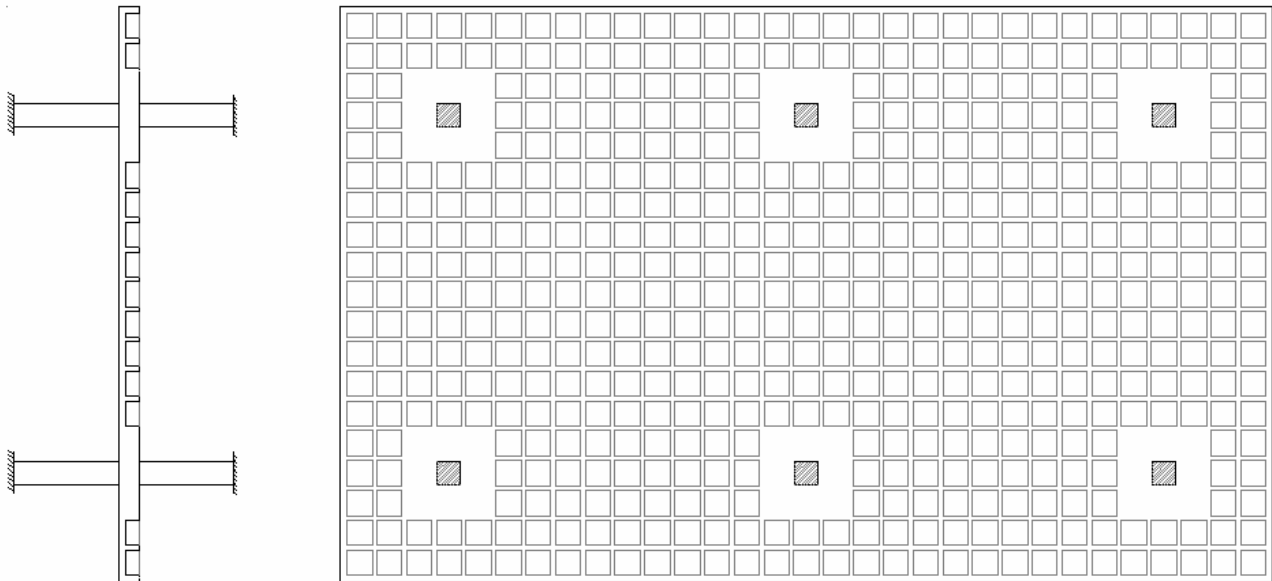


Figura 4

Segundo o ACI, as dimensões das nervuras devem obedecer às seguintes relações:

- espessura da mesa: $t \geq 5 \text{ cm}$ e $t \geq s/12$;
- largura das nervuras: $b \geq 10 \text{ cm}$ e $b \geq h/3,5$ (h = altura total da nervura);
- espaçamento livre entre nervuras: $s \leq 80 \text{ cm}$.

A NBR 6118 permite que, para espaçamento entre eixos de nervuras até 90cm e largura média das nervuras maior que 12 cm, a verificação das nervuras ao cisalhamento seja feita como lajes. A espessura da mesa deve ser maior ou igual a 1/15 da distância entre nervuras.

O PTI recomenda no caso de vãos contínuos: $L/h=35$ para lajes de piso e $L/h=40$ para lajes de forro; e no caso de um só vão: $L/h=30$ para lajes de piso e $L/h=35$ para lajes de forro.

4.5 Lajes nervuradas com faixas maciças sobre os apoios (*Waffle slabs with solid column lines*)

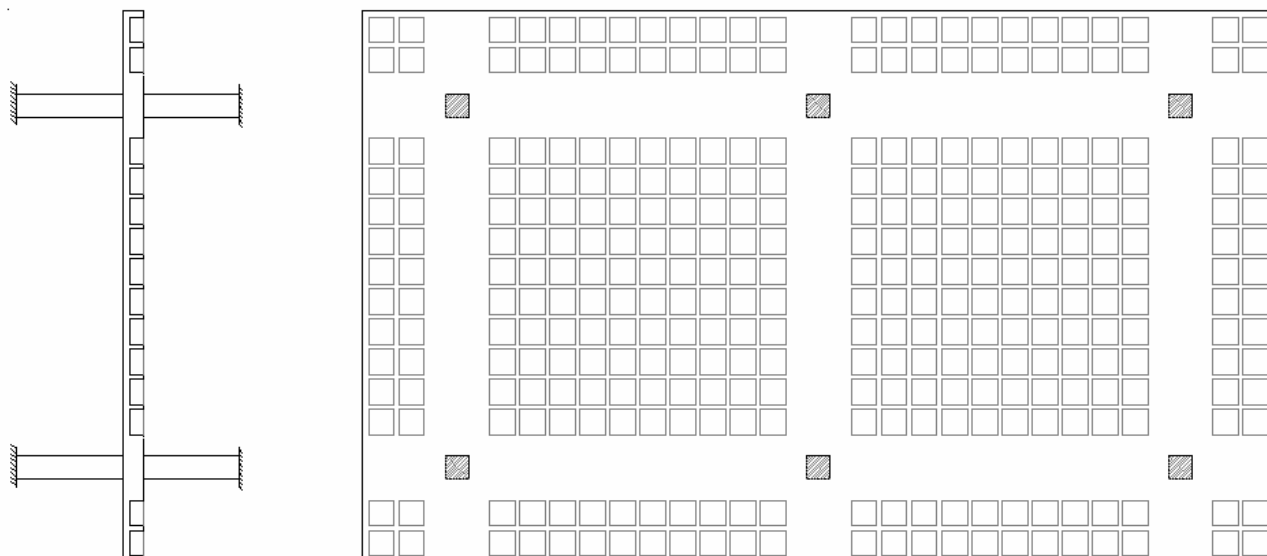


Figura 5

No Brasil, tem sido bastante utilizado o sistema estrutural constituído de **lajes nervuradas de concreto armado apoiadas em faixas maciças de concreto protendido** (Figura 5).

Para vãos até 8m, pode-se utilizar nervuras trapezoidais, com distância de 65 cm entre eixos, espessura média de 7cm e $h_{total} = 25$ cm, incluindo capa de concreto de 4 cm.

Adota-se para as faixas maciças uma altura igual a espessura da laje nervurada mais 2,5 cm, que corresponde à espessura da borda da caixa plástica, de modo que a forma inferior do piso fique nivelada. A largura das faixas varia de 100 a 150 cm.

Para vãos maiores, até 10 m, é necessário utilizar nervuras trapezoidais com altura total de 30 cm e espessuras médias maiores.

A rigor, não se pode considerar esse sistema estrutural como uma laje protendida em duas direções (*two-way slab*), tendo em vista que o ACI 318-05 exige que, pelo menos em uma direção, os cabos sejam distribuídos.

As faixas maciças devem ser calculadas como vigas protendidas, que recebem as lajes nervuradas de concreto armado, devendo, portanto, obedecer às recomendações referentes a estruturas armadas numa só direção.

Segundo o PTI, as esbeltezes recomendadas para vigas protendidas são: no caso de vãos contínuos, $L/h=30$ para lajes de piso e $L/h=35$ para lajes de forro; e no caso de um só vão: $L/h=26$ para lajes de piso e $L/h=30$ para lajes de forro.

5 Análise estrutural de lajes protendidas em duas direções

5.1 Definição das faixas de projeto

O primeiro passo a ser dado, antes mesmo da escolha do método de cálculo dos esforços, é a definição do **caminho das cargas** até os apoios (*load path*).

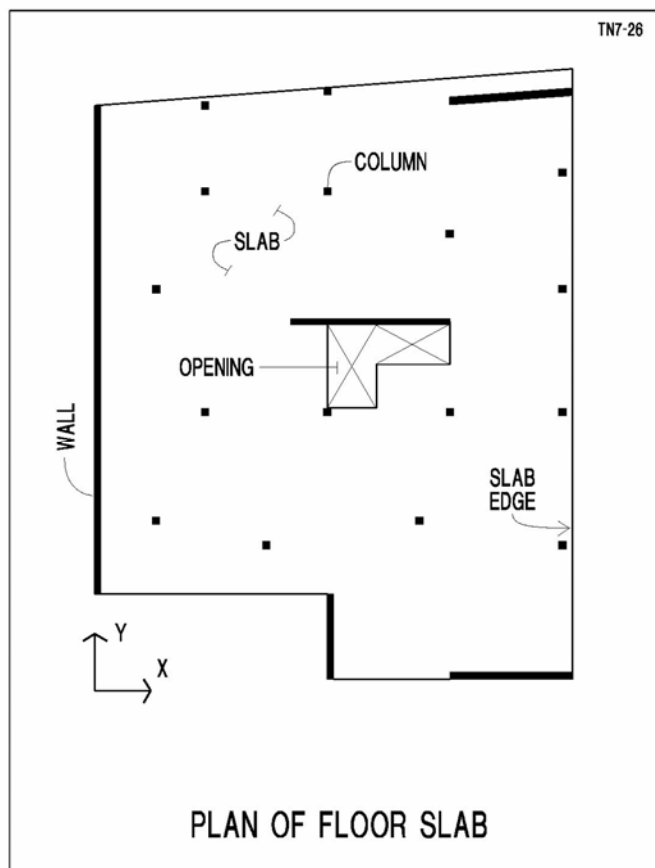
Normalmente, escolhe-se as linhas que unem os apoios, em cada uma das direções longitudinal e transversal da laje, para indicar o caminho das cargas.

A cada **linha de apoio** (*support line*) é associada uma área tributária. Os apoios e os trechos de lajes correspondentes à área tributária constituem o que se chama de **faixa de projeto** (*design strip*).

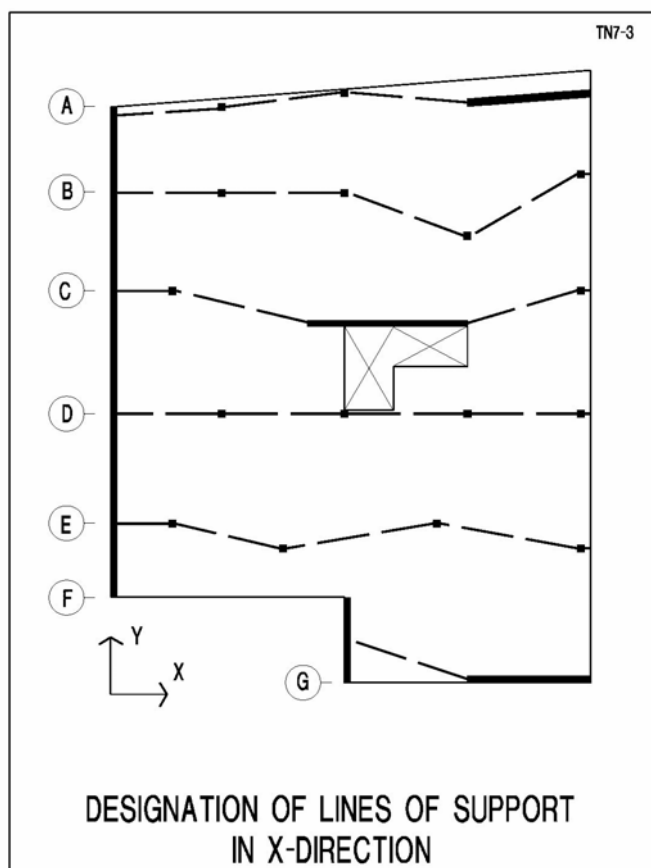
Pode-se, então, analisar a estrutura pelo Método dos Pórticos Equivalentes ou pelo Método dos Elementos Finitos e usar as mesmas faixas de projeto para obter os esforços nas seções, verificar as tensões e efetuar o dimensionamento das armaduras. As seções transversais são consideradas com a largura total das faixas de projeto.

Ao verificar as tensões no concreto, não se leva em conta tensões pontuais. O que se calcula são tensões hipotéticas médias correspondentes ao momento total na seção transversal da faixa de projeto, que é obtido através da integral da curva de distribuição de momentos na seção considerada.

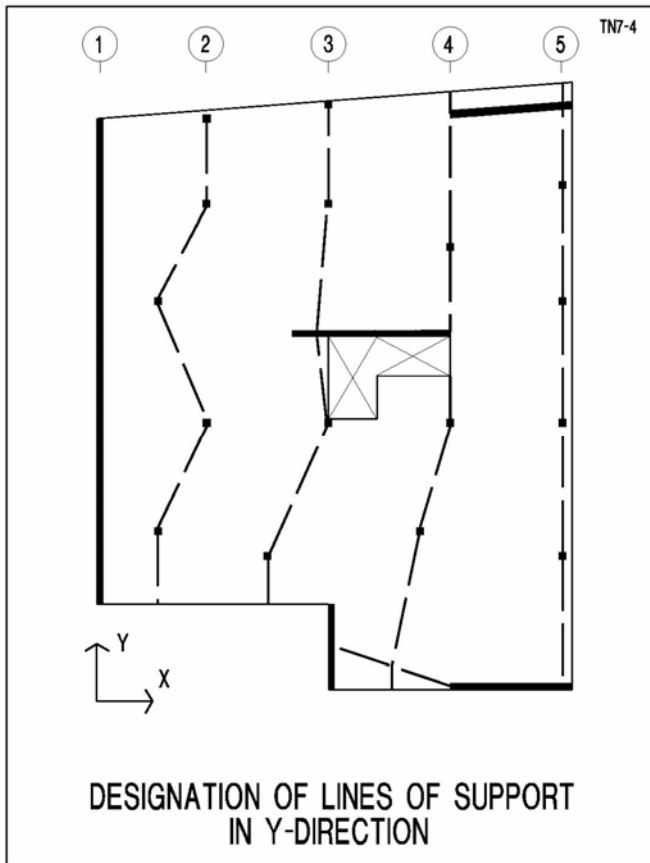
Nas Figuras 7 a 13, das páginas seguintes, mostra-se o traçado das linhas de apoio e a construção das faixas de projeto para a laje mostrada na Figura 6.



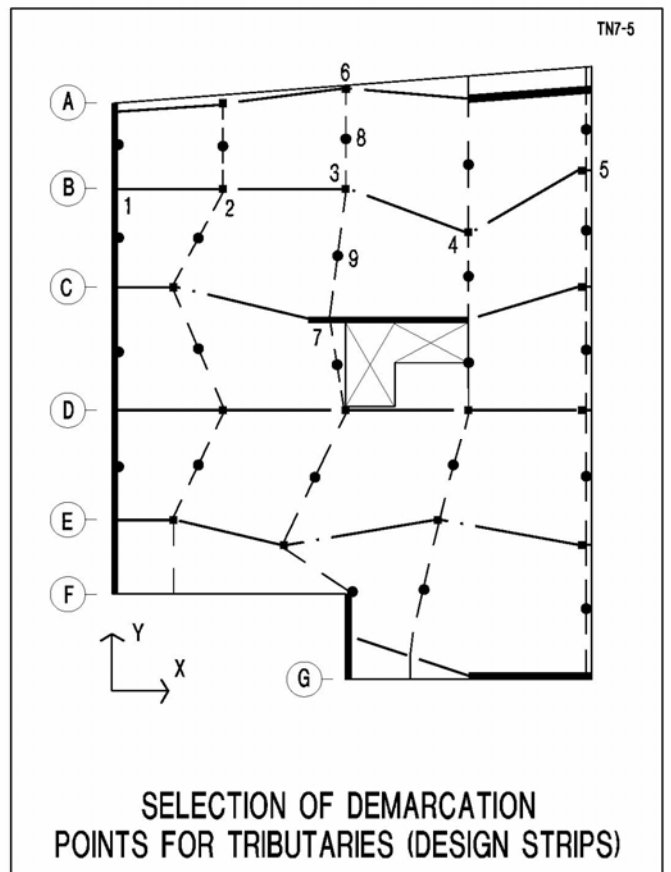
Forma da Laje - Figura 6



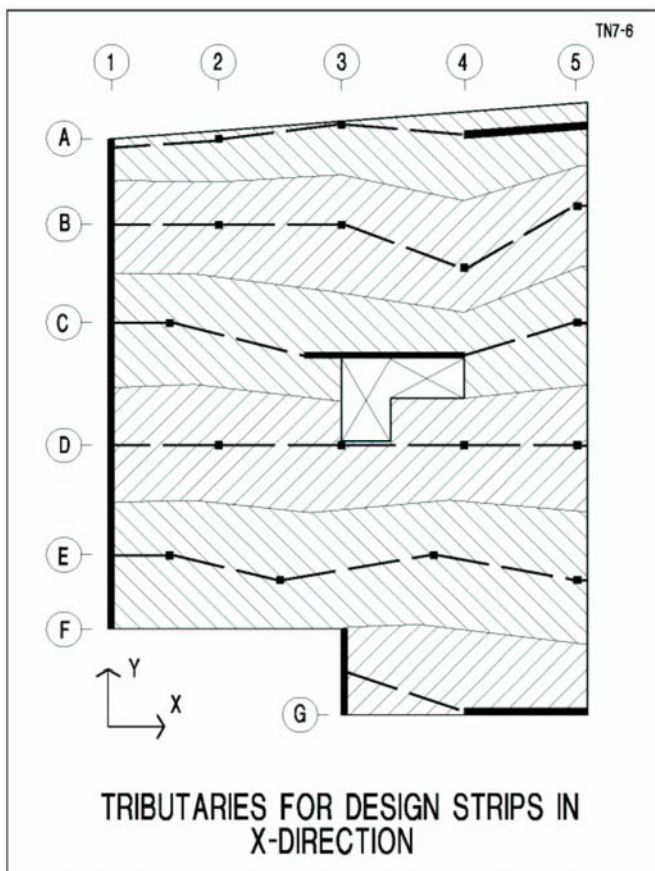
Linhas de apoio dir. X - Figura 7



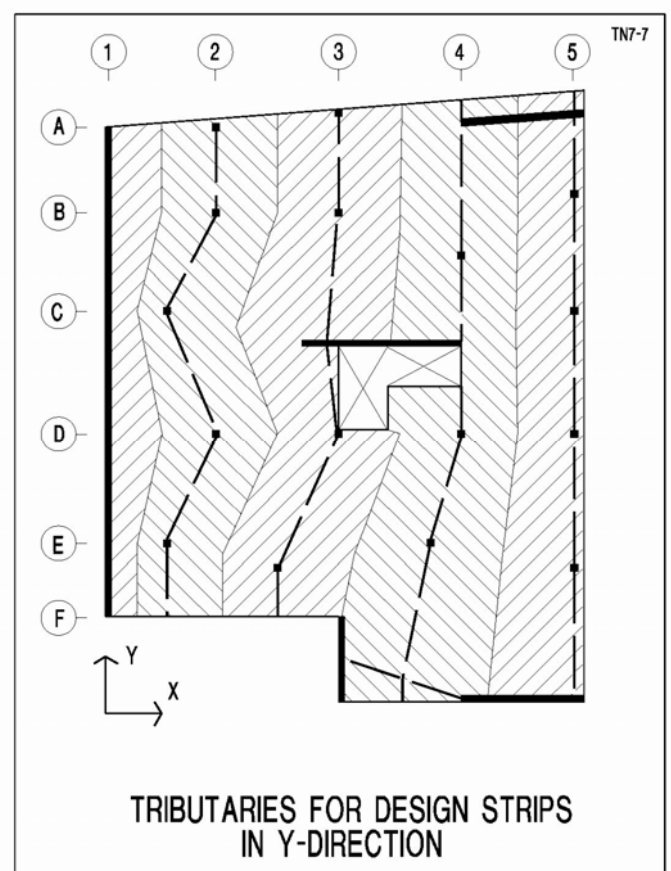
Linhas de apoio dir. Y - Figura 8



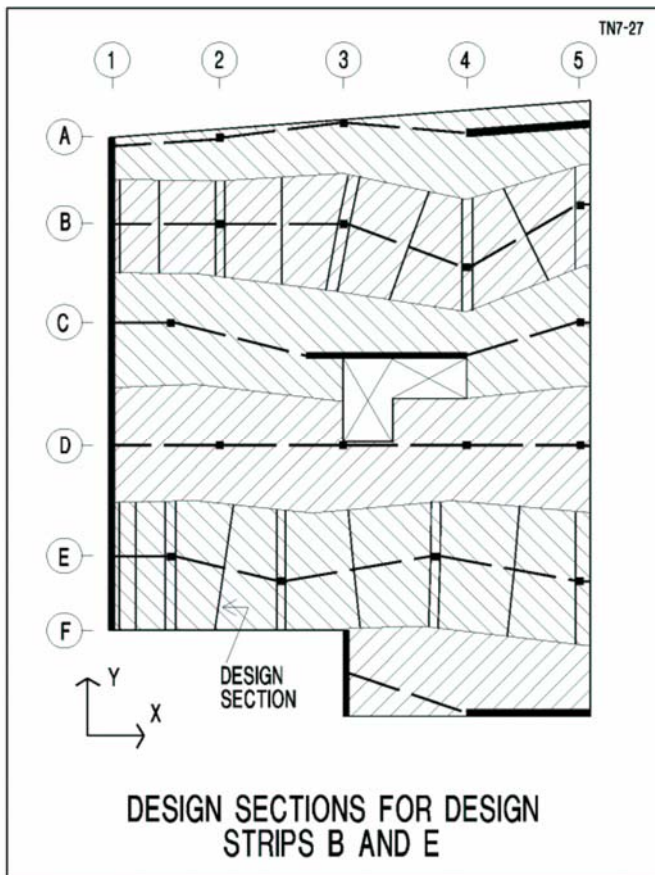
Marcação das tributárias - Figura 9



Faixas de projeto dir. X - Fig. 10



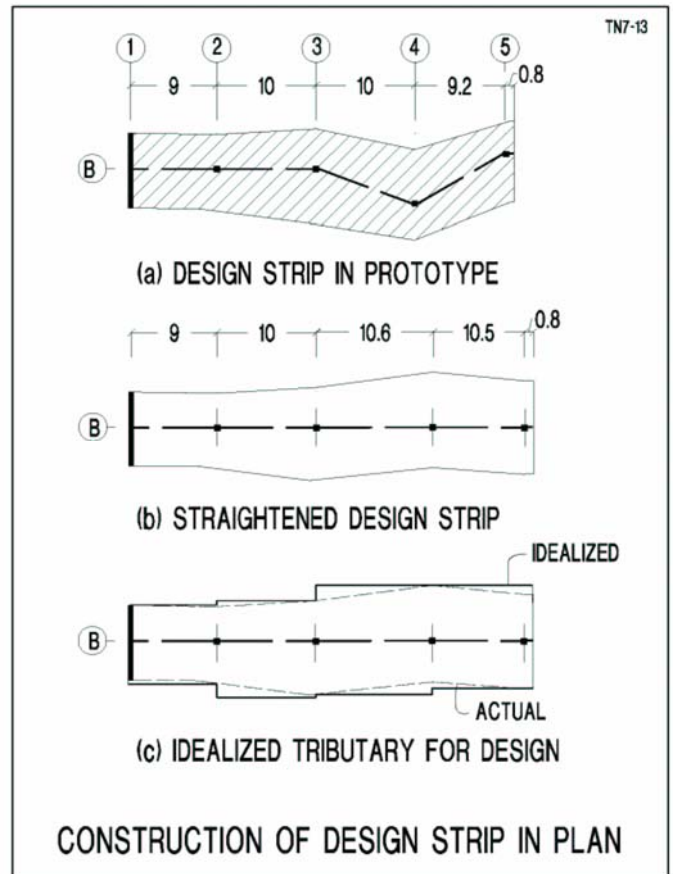
Faixas de projeto dir. Y - Fig. 11



Seções de projeto - Faixas B / E - Fig. 12

Na Figura 14, como resultado de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos, mostram-se as linhas de cortante nulo, que definem as faixas tributárias reais para a laje em questão.

Na Figura 15, as faixas tributárias de projeto, definidas pelos pontos médios, são superpostas às faixas tributárias reais. Pode-se constatar que existe uma boa aproximação entre as duas faixas.



Planta da faixa de projeto B – Fig. 13

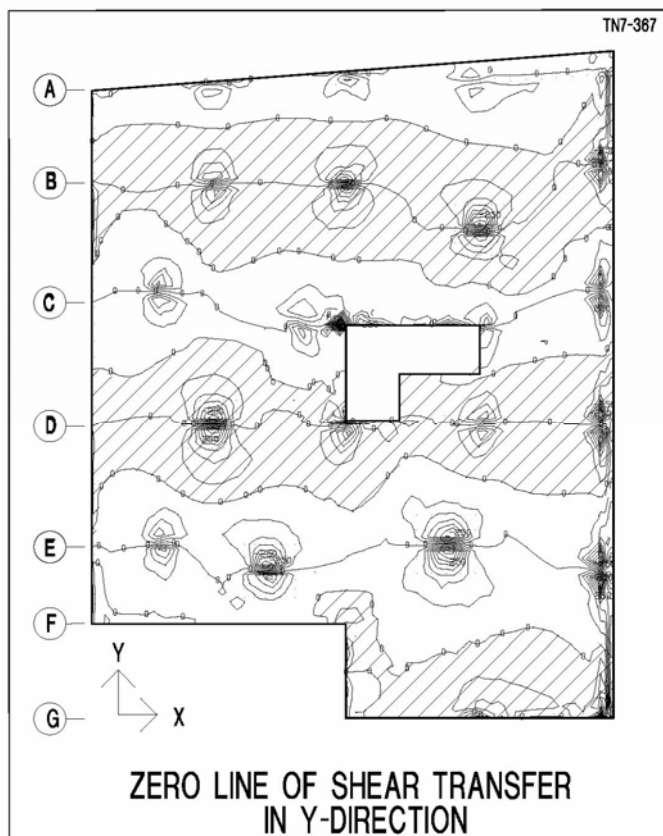


Figura 14

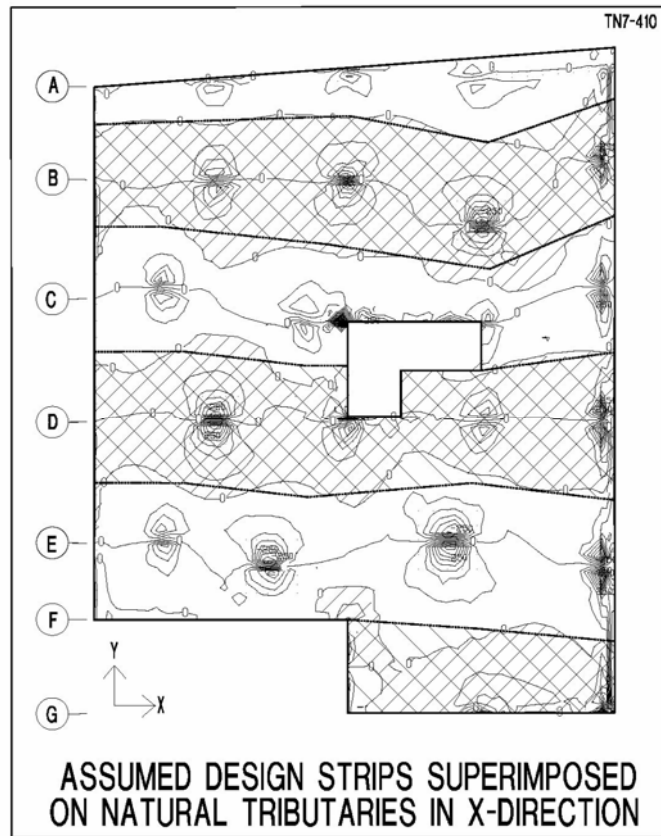


Figura 15

5.2 Método do pórtico equivalente

O método do pórtico equivalente é indicado como a primeira opção de cálculo de momentos e cortantes para lajes protendidas em duas direções pelo ACI 318 e é, também, adotado pela norma inglesa BS-8110 e pela norma canadense.

Vários testes feitos nos EEUU em protótipos de lajes lisas confirmaram os resultados obtidos por este método e os relatórios desses ensaios recomendaram a sua utilização para o cálculo dos esforços nesse tipo de laje.

Para cálculo dos esforços devido às cargas verticais, os pórticos poderão ser considerados isoladamente para cada piso, com os pilares superiores e inferiores engastados nas extremidades, com o carregamento total atuando, separadamente, em cada uma das direções, pois o mecanismo de ruptura de uma laje apoiada diretamente sobre pilares é semelhante àquele de uma laje armada numa só direção.

O método do pórtico equivalente não consiste apenas em dividir a laje em pórticos planos, nas direções longitudinal e transversal.

Na modelagem do pórtico equivalente, as rigidezes dos pilares são modificadas para levar em consideração o funcionamento das lajes em duas direções.

O critério do ACI 318-05 para modificar a rigidez dos pilares é o seguinte:

- A faixa de laje é considerada ligada aos pilares através de membros transversais à direção do vão, em cada lado do pilar. Estes membros submetidos à torção são

constituídos da porção da laje que tem a mesma largura do pilar na direção do vão, mais a alma da viga transversal existente, se for o caso (Figura 16).

- A rigidez dos membros submetidos à torção pode ser calculada pelas equações:

$$K_t = \sum \frac{9E_c C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3}$$

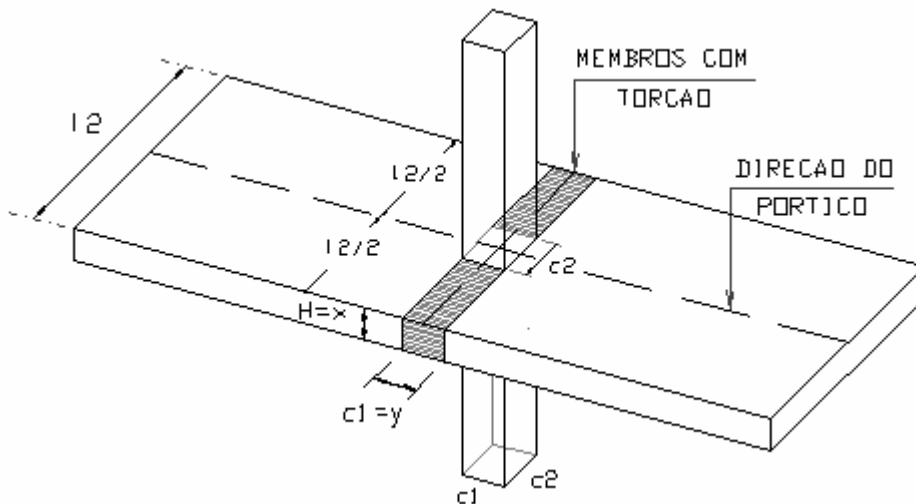


Figura 16

Para seções T ou L permite-se calcular C dividindo-se a seção em retângulos, onde:

E_c = módulo de elasticidade do concreto;

c_2 é a dimensão do pilar na direção transversal, ou seja, perpendicular ao vão;

l_2 é a média dos vãos adjacentes na direção transversal (largura da faixa);

x é a menor dimensão do retângulo que compõe o membro submetido à torção;

y é a maior dimensão do retângulo que compõe o membro submetido à torção.

- No modelo estrutural com os membros submetidos à torção, os pilares do pórtico serão substituídos por pilares equivalentes cuja rigidez K_{ep} será calculada por:

$$\frac{1}{K_{ep}} = \frac{1}{K_{pt}} + \frac{1}{K_t}$$

onde K_{pt} é a soma das rigidezes à flexão dos pilares no nó considerado e K_t é a rigidez dos membros submetidos à torção.

5.3 Método dos elementos finitos

No caso de estruturas mais complexas, com geometria irregular ou com grandes vazios, que não possam ser modeladas adequadamente pelo método anterior, pode-se utilizar o método dos elementos finitos para a determinação dos esforços e das deformações das lajes protendidas apoiadas diretamente sobre pilares.

Já existe no mercado programa de elementos finitos, específico para a análise de lajes protendidas, que utiliza elementos de casca e permite considerar os efeitos da protensão de acordo com a geometria e a força dos cabos em cada elemento.

Para a verificação das tensões e para o dimensionamento das armaduras é necessário definir faixas de projeto e escolher seções transversais ao longo da mesma (**Veja Figura 12**), de modo a obter os esforços totais nessas seções, o que é feito através da integração dos esforços obtidos da análise feita pelo método dos elementos finitos, ao longo da largura das seções transversais.

5.4 Método das grelhas

Outro processo utilizado para o cálculo dos esforços e das deformações das lajes protendidas apoiadas diretamente sobre pilares, é a discretização da mesma como grelha.

Novamente se faz necessário definir faixas de projeto, nas direções transversais e longitudinais da laje, para a verificação das tensões e do dimensionamento das armaduras ao longo das seções de cada faixa.

A consideração da protensão é feita através da aplicação do carregamento equivalente, em função do perfil dos cabos na faixa considerada.

6 Método das cargas equivalentes e conceito de carga balanceada

Esse método consiste em substituir o cabo de protensão pelo conjunto auto-equilibrado de forças que o mesmo exerce sobre o concreto. Esse conjunto de forças é chamado de cargas equivalentes da protensão.

A protensão é tratada, então, como um carregamento externo aplicado à estrutura de concreto.

Nos casos mais comuns de cabos parabólicos ancorados no centro de gravidade das seções extremas, as cargas equivalentes da protensão constituem-se de duas parcelas (Figura 17):

- a) Cargas verticais uniformemente distribuídas, devido à mudança de direção dos cabos;
- b) Forças concentradas aplicadas através das ancoragens.

O cálculo dos esforços devido a protensão é feito considerando apenas o carregamento vertical equivalente w aplicado à estrutura.

Depois, por ocasião da verificação das tensões, acrescenta-se a parcela P/A , que corresponde à pré-compressão introduzida no concreto pelas forças horizontais (P) concentradas nas ancoragens.

Uma vantagem desse método é que os esforços calculados com o carregamento vertical equivalente (w) já incluem, no caso das estruturas hiperestáticas, os esforços secundários ou hiperestáticos de protensão.

Pelo equilíbrio das forças verticais (Figura 17) tem-se: $w \cdot L = 2 \cdot P \cdot \tan \alpha$ e das propriedades geométricas da parábola resulta: $\tan \alpha = 4 \cdot e/L$, donde:

$$w = 8 \cdot P \cdot e / L^2$$

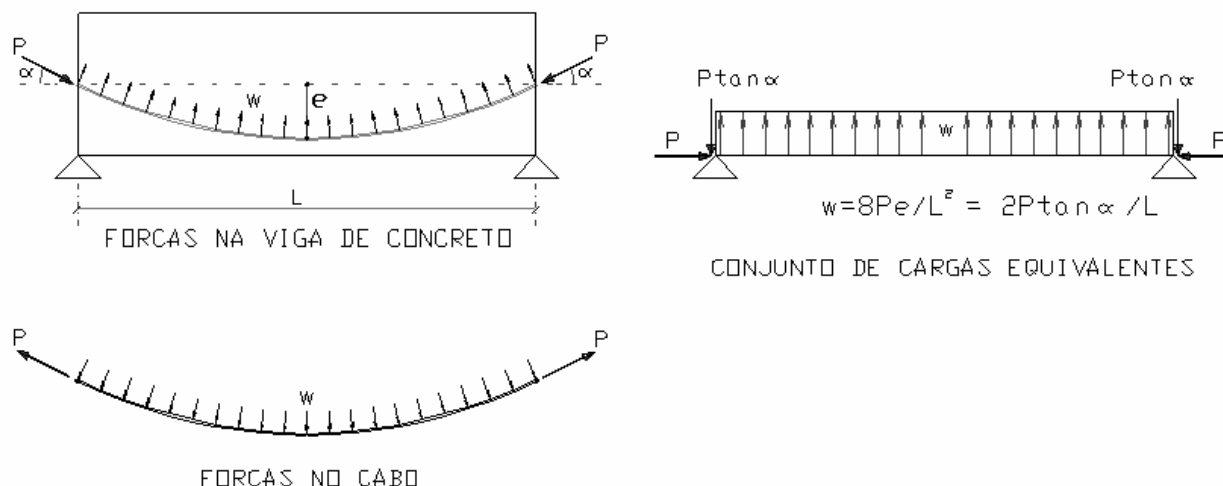


Figura 17

O conceito de carga balanceada (*load-balancing*), introduzido por T. Y. Lin, tem como princípio básico fazer com que as cargas verticais equivalentes da protensão w equilibrem uma fração w_b das cargas permanentes atuantes, ficando a estrutura, para esse nível de carregamento, submetida somente a tensões de compressão (P/A). Como consequência, elimina-se a flecha e a deformação lenta devido à parcela de carga balanceada.

Em serviço, a estrutura pode ser analisada considerando apenas as cargas não balanceadas, acrescentando-se a pré-compressão (P/A) devido à protensão.

Na aplicação do conceito de carga balanceada se trabalha com uma boa precisão, uma vez que tanto as cargas permanentes quanto a força de protensão podem ser calculadas com pequena margem de erro.

7 Dimensionamento das armaduras ativas

7.1 Critérios básicos de projeto

O ACI 318-05 estabelece dois critérios básicos que devem ser obedecidos no projeto de sistemas de lajes armadas em duas direções, que incluem as lajes lisas e cogumelos:

1. Essas lajes só podem ser projetadas como Classe U (*Uncracked*), quer dizer, não fissurada, com tensão de tração no concreto em serviço limitada a $f_t \leq 0,50\sqrt{f_c'}$ (MPa).
Esse valor é inferior à resistência a tração do concreto, que é considerada pelo ACI igual a $0,62\sqrt{f_c'}$ (MPa).
2. Deve haver uma pré-compressão mínima de 0,90 MPa em duas direções ortogonais da laje.

Essas duas exigências fazem com que a laje, sem fissuras ou com fissuração moderada, funcione como uma placa elástica homogênea com o seu inerente comportamento em duas direções.

A pré-compressão mínima de 0,90 MPa em duas direções ortogonais da laje, também, dispensa o uso de armaduras de combate à retração e às variações de temperatura.

7.2 Dados para o projeto

Escolhido o sistema estrutural e definida a geometria dos elementos que compõem esse sistema, ou seja, espessura da laje, dimensões dos pilares e capitéis, aberturas, etc., é necessário definir os seguintes dados para o projeto:

7.2.1 Propriedades dos materiais:

- Concreto:

- f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto;
- a/c = relação água/cimento;
- $E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ (módulo de elasticidade secante em MPa);
- f_{ckj} = resistência característica à compressão do concreto na idade de aplicação da protensão.

- Aço de protensão:

- Cordoalha de 7 fios – Engraxada e Plastificada: CP 190 RB 7
- $\phi = 12.7$ mm; Área = 100 mm²; $E_p = 195.000$ MPa (varia com o rolo)
- $\phi = 15.2$ mm; Área = 140 mm²; $E_p = 195.000$ MPa (varia com o rolo)
- $f_{ptk} = 1.900$ MPa.

7.2.2 Carregamentos ou ações:

- Peso próprio: adota-se $\gamma_c = 2.500$ kg/m³;
- Sobrecargas permanentes: revestimentos, pisos, paredes, etc.
- Sobrecargas acidentais: são definidas na NBR 6120.

7.2.3 Cobrimentos das armaduras ativas:

- A NBR 6118 não faz distinção entre lajes e vigas de concreto protendido e exige para ambas os seguintes cobrimentos: **CAA I – 30 mm, CAA II – 35 mm e CAA III – 45 mm**. Quando houver exigência de controle rigoroso, esses valores poderão ser reduzidos para **CAA I – 25 mm, CAA II – 30 mm e CAA III – 40 mm**.
- O ACI 318-05 recomenda para concreto protendido concretado no local os seguintes cobrimentos:
 - a) Concreto não exposto ao tempo ou em contato com o solo: **lajes 20 mm e vigas 40mm** para a armadura principal e **25 mm** para os estribos.
 - b) Concreto exposto à terra ou ao tempo (exposição direta a variações de umidade): **lajes 25 mm e vigas 40 mm**;
 - c) Concreto exposto a ambientes corrosivos: o cobrimento mínimo para a armadura de protensão deverá ser aumentado em 50%.

Estão excluídas dessa exigência as lajes armadas em duas direções, cujas tensões de tração em serviço estejam limitadas a $0,5\sqrt{f_c}$ (equivalente à protensão limitada pela NBR 6118).

É lógico e razoável que o cobrimento utilizado nas lajes com protensão limitada - praticamente sem fissuras - seja menor que o cobrimento das lajes com protensão parcial, que admitem fissuração.

Maior cobrimento não é substituto para um concreto de boa qualidade.

7.3 Parâmetros para a escolha da força de protensão

A força de protensão por faixa de projeto da laje, e, por conseguinte, a quantidade de cordoalhas na mesma é determinada em função dos parâmetros a seguir:

7.3.1 Tensões admissíveis na armadura de protensão (Aços RB)

Normas	Por ocasião da protensão	Ao término da protensão
ACI 318-05	0,80.fpu e 0,94.fpy	0,74.fpu e 0,82.fpy
NBR 6118/2003	0,74.fptk e 0,82.fpyk	0,74.fptk e 0,82.fpyk

Por ocasião da protensão, os limites estabelecidos para a força de protensão visam evitar que a mesma não ultrapasse o limite elástico do aço de protensão e, também, que não haja ruptura de fios dos cabos.

Os limites fixados ao término da protensão objetivam menores tensões nas ancoragens e menores perdas por relaxação do aço.

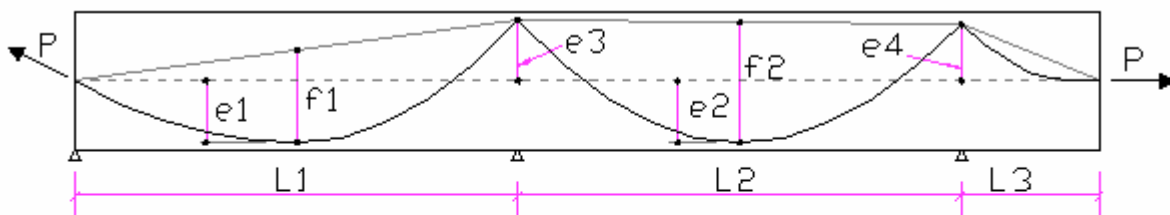
Nas cordoalhas engraxadas é usual se utilizar uma **tensão inicial de protensão de 1500 MPa**, que equivale a **0,79.fptk**, sem causar problemas de ruptura de fios.

Tem-se, então, para a cordoalha de $\phi = 12.7 \text{ mm}$, $P_i = 150 \text{ kN}$ e para a cordoalha de $\phi = 15.2 \text{ mm}$, $P_i = 210 \text{ kN}$.

7.3.2 Perfil dos cabos

Em princípio, os cabos devem ser lançados com as excentricidades máximas nos apoios intermediários e no meio dos vãos, de modo a obter a flecha máxima, o que resulta num maior valor da carga balanceada. Nas extremidades, as ancoragens devem ser colocadas no centro de gravidade da laje, mesmo que existam capitéis ou vigas transversais.

Na Figura 18, tem-se o perfil de um cabo idealizado, que pode ser utilizado para o cálculo das cargas balanceadas na fase do pré-dimensionamento das armaduras ativas.



VÃO 1:

$$f_1 = e_1 + e_3 / 2$$

$$w_1 = 8 * P * f_1 / L_1^2$$

VÃO 2:

$$f_2 = e_2 + (e_3 + e_4) / 2$$

$$w_2 = 8 * P * f_2 / L_2^2$$

VÃO 3:

$$f_3 = e_4$$

$$w_3 = 2 * P * f_3 / L_3^2$$

Figura 18

Na prática, adotamos para o perfil dos cabos, em cada vão, parábolas reversas com pontos de inflexão a $0,10 * L$ dos apoios (Figura 19).

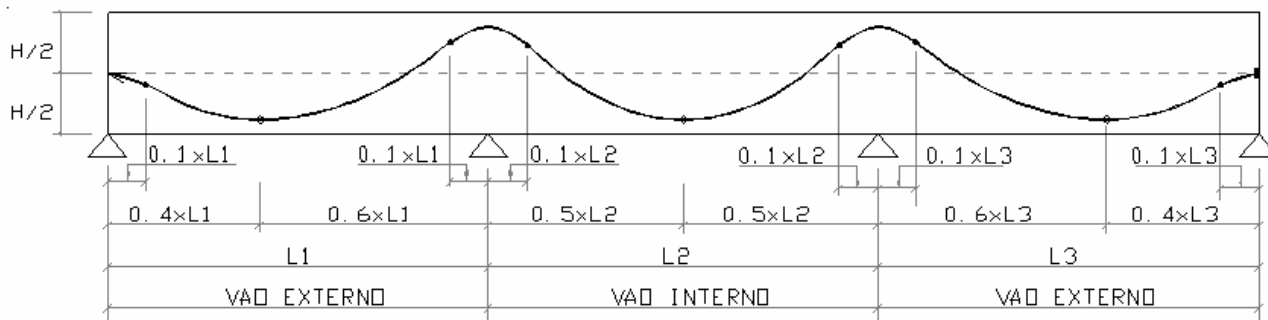


Figura 19

7.3.3 Percentual da carga a ser balanceada

Pode-se calibrar a força de protensão de modo a balancear parte do carregamento atuante na laje.

Para lajes de edifícios residenciais, comerciais e garagens, **é usual se balancear entre 60% e 80% da carga permanente** em cada vão, obtendo-se um dimensionamento econômico e flechas satisfatórias.

A força de protensão P necessária para balancear uma carga w , de um vão com comprimento igual a L , cujos cabos apresentem uma flecha f , vale:

$$P = \frac{wL^2}{8f}$$

O número de cordoalhas é calculado admitindo-se que a força efetiva de protensão nas mesmas vale 80% da força de protensão inicial, ou seja, considera-se 20% para as perdas totais de protensão.

Em geral, adota-se, para a cordoalha de $\phi = 12.7$ mm, uma força efetiva de protensão igual a 120 kN.

Calculado o número de cordoalhas para atender ao percentual da carga a ser balanceada, passa-se a verificar se elas são suficientes para atender às tensões admissíveis e à pré-compressão mínima recomendada.

7.3.4 Tensões admissíveis no concreto

Tensões Máximas Admissíveis	No ato da protensão (Após perdas iniciais)		No ELS-F (Formação de fissuras) (Após todas as perdas)	
	ACI 318-05	NBR 6118/2003	ACI 318-05	NBR 6118/2003
De Compressão	$0,60.f_{ci}'$	$0,70.f_{ckj}$	(1) $0,45.f_{c'}$ (2) $0,60.f_{c'}$	Não indica
De Tração	$0,25\sqrt{f_{ci}'}$	$0,36 \times \sqrt[3]{f_{ckj}^2}$	$0,5\sqrt{f_{c'}}$	$0,315 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}$
De tração p/ $f_{ck}=30\text{MPa}$ $f_{ckj}=20\text{MPa}$	1,12 MPa	2,65 MPa	2,74 MPa	3,04 MPa

(1) Devido a protensão mais cargas quase permanentes (*sustained loads*).

(2) Devido a protensão mais cargas totais.

Obs.: A tensão de compressão admissível menor para a combinação quase-permanente é justificada pelo ACI para evitar a ruptura do concreto devido às cargas repetidas e para diminuir os efeitos da deformação lenta do concreto.

7.3.5 Pré-compressão média na laje:

O ACI 318 exige uma **pré-compressão média mínima de 0.9 MPa** na seção transversal da laje, após a consideração de todas as perdas de protensão.

Recomenda-se na prática **o valor máximo de 2,0 MPa** para a pré-compressão média. Valores mais altos, até 3,5 MPa, são admitidos pelo ACI 423, mas resultam em maior encurtamento inicial, em maiores perdas por deformação lenta e, também, dependendo do comprimento da laje, pode ser necessário verificar a retenção da força de protensão pelos pilares.

A NBR 6118/2003 não faz nenhuma exigência com relação à pré-compressão média.

8 Dimensionamento das armaduras passivas

8.1 Finalidade das armaduras passivas

As armaduras passivas são calculadas e distribuídas nas lajes protendidas para cumprir as seguintes finalidades:

- Como complemento das armaduras ativas na verificação do estado limite último;
- Como armaduras de combate à fissuração devido à flexão, onde as armaduras ativas não foram capazes de evitá-las;
- Como armaduras mínimas especificadas pelas normas, para combater os efeitos da retração e da variação de temperatura.

8.2 Armaduras passivas mínimas

Para lajes armadas em duas direções deveremos atender as seguintes prescrições:

8.2.1 Armaduras positivas

- Segundo o ACI 318, não são necessárias armaduras mínimas positivas nas áreas onde a tensão de tração em serviço, após a consideração de todas as perdas de protensão, seja inferior a $(1/6)\sqrt{f_c'}$.

Caso não seja atendida essa condição, a armadura passiva mínima deve ser calculada pela expressão: $A_s = N_c / (0,5 \cdot f_y)$, onde N_c é a força equivalente à cunha de tração no concreto e f_y deve ser menor que 420 MPa.

- A NBR 6118 exige uma armadura mínima positiva dada por:

$$\rho_s = \rho_{\min} - 0,5 \cdot \rho_p \geq 0,5 \cdot \rho_{\min}$$

onde, $\rho_{\min} = 0,0017 \cdot A_c$ para $f_{ck} = 30$ MPa ou $\rho_{\min} = 0,0020 \cdot A_c$ para $f_{ck} = 35$ MPa

8.2.2 Armaduras negativas

Tanto o ACI 318 quanto a NBR 6118 recomendam que sobre os apoios, no topo da laje e em cada direção, deverá ser colocada a seguinte armadura mínima:

$$A_s = 0,00075 \cdot A_{cf}$$

Onde A_{cf} é igual a maior seção transversal das duas faixas que se cruzam sobre o apoio. Essa armadura deverá ser colocada numa faixa igual à largura do pilar mais $1,5 \cdot h$ (espessura da laje ou capitel) para cada lado do apoio.

Deverão existir pelo menos quatro barras sobre os apoios, espaçadas de no máximo 30cm, em cada direção.

Essas barras deverão se estender pelo menos um sexto do vão para cada lado do apoio. A colocação dessas armaduras mínimas numa faixa reduzida garante maior ductilidade e reduz as fissuras sobre os apoios devido aos momentos de pico, contribuindo, também, para a transferência dos momentos da laje para os pilares e para a resistência à punção.

9 Detalhamento das armaduras ativas

9.1 Distribuição dos cabos em planta

Existem vários arranjos possíveis para o *layout* dos cabos em planta. Só não é permitido concentrar os cabos nas duas direções.

Atualmente, o *layout* preferido dos cabos engraxados em lajes lisas ou cogumelos é aquele em que numa direção da laje os cabos são concentrados em faixas (*banded*), normalmente, numa largura de 120cm ou um pouco maior, e na outra direção os cabos são distribuídos com espaçamento uniforme.

A vantagem desse arranjo é que não existe interferência nos cruzamentos dos cabos, com exceção de um cabo distribuído que é colocado abaixo dos cabos concentrados sobre os apoios.

Para facilitar a execução, é comum juntar-se duas, três ou quatro cordoalhas para formar um cabo.

9.2 Espaçamento máximo entre cabos

Para os cabos distribuídos, o espaçamento máximo entre eles deve ser de oito vezes a espessura da laje, não ultrapassando 150 cm, segundo o ACI.

A NBR 6118 exige o espaçamento máximo de seis vezes a espessura da laje, não devendo ultrapassar 120 cm.

9.3 Quantidade mínima de cabos sobre os apoios

De acordo com o ACI, **um mínimo de duas cordoalhas em cada direção deve passar diretamente sobre os apoios.**

A NBR 6118 exige somente uma cordoalha sobre os apoios.

Com esse mínimo de duas cordoalhas pode-se prescindir da armadura passiva contra o colapso progressivo.

10 Referências

BIJAN O. AALAMI and ALLAN BOMMER. Design Fundamentals of Post-Tensioned Concrete Floors. PTI Post-Tensioning Institute, April. 1999.

BIJAN O. AALAMI. **Design of Post-Tensioned Floor Slabs.** ACI Concrete International. June 1989.

BIJAN O. AALAMI. **One-Way and Two-Way Post-Tensioned Floor Systems.** PTI Technical Notes. October 1993.

BIJAN O. AALAMI. **Layout Of Post-Tensioning And Passive Reinforcement In Floor Slabs.** PTI Technical Notes. April 2000.

T. Y. LIN and NED H. BURNS. Design of Prestressed Concrete Structures. Third Edition, 1982.

MICHAEL P. COLLINS and DENIS MITCHELL. Prestressed Concrete Basics. Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987.

Design of Post-Tensioned Slabs. PTI Post-Tensioning Institute, 1995.

Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons. ACI 423.3R-96. American Concrete Institute. 2000.

Building Code Requirements for Structural Concrete - ACI 318M-05. American Concrete Institute. 2005.

NBR 6118/2003 - Projeto de estruturas de concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

Laurel M. Dovich and James K. Wight **Effective Slab Width Model for Seismic Analysis of Flat Slab Frames.** ACI Structural Journal / November-December 2005.